වර්ග සමීකරණ

$ax^2+bx+c=0$

a, b, c තාත්වික නියත වේ

$a \neq 0$ වේ

* බහුපදයක ඒකීය මාත්‍රයට සමාන මූල ගණනක් පවතී.

$ax^2+bx+c=0$ [මූල 2යි)

$ax^3+bx+c=0$ [මූල 3යි]

මූල

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

↑ පෙළ වර්ග පූර්ණයෙන්, $ax^2+bx+c=0$ විසඳීමෙන් ලබා ගත හැක.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

විවේචකය

$\Delta = b^2-4ac$

තාත්වික සංඛ්‍යා - රේඛාව මත ඇත (ප්‍රකෘති [illegible]).

අතාත්වික සංඛ්‍යා = $\sqrt{(-)\text{ සංඛ්‍යාවක්}}$

වර්ග සමීකරණයක මූල

① තාත්වික, $\Delta \geq 0$ ⇒ බහුපදීය

② තාත්වික ප්‍රභින්න $\Delta > 0$

② තාත්වික සමාන, සමපාත, පුනරාවර්ත මූලයන් $\Delta = 0$

③ අතාත්වික, $\Delta < 0$

ප්‍රශ්නය - $(\alpha^5+\beta^5)=[(\alpha^2+\beta^2)(\alpha^3+\beta^3)]-[\alpha^2\beta^2(\alpha+\beta)]$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$
$=(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta]$

+ ප්‍රකාශනයක් සෑම විටම ධන බව පෙන්වීමට + හෝ ~ බව [illegible]

Note:- ① $4\underbrace{\underbrace{(k-1)^2}_{\geq 0}}_{\geq 0}$

② $\underbrace{(k-1)^2+(k+1)^2}_{\geq 0}$

② $\underbrace{\underbrace{(k+1)^2}_{\geq 0}+4}_{>0}$

③ $\underbrace{-2\underbrace{(k+1)^2}_{\geq 0}}_{\leq 0}$

ගැටලුවකදී විවේචකය,
ධනාත්මක, එසේම පූර්ණ වර්ගයක් නම් තාත්වික ප්‍රභින්න
තාත්වික ප්‍රභින්න, පූර්ණ වර්ගයක් නොවන [illegible]

විවේචක පූර්ණ වර්ග කිරීම

ප්‍රකාශනය = E ලෙස ගත් විට, Δ හි ... වර්ග සමීකරණ ... Δ හි ... E 0 ... ...

විචල්‍යයන් දෙකක් ... සමීකරණ ... (x, y)

· ... වර්ග සමීකරණයක් ලෙස ... y සඳහා විසඳුම් ... y මූල ... x සඳහා ... මූල ලබා ගන්න.

මූල පරිමේය නම්, $\Delta = 0$ හෝ Δ = පූර්ණ වර්ගයක් වේ

මූල දන්නා විට බහුපද සමීකරණ ගොඩනැගීම

මූල (α, β) නම්:- සමීකරණය $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

මූල (α, β, γ) නම්:- සමීකරණය $=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$

ප්‍රශ්නය

$(y+ax)(y+bx)(y+cx)$
$=y^3+(a+b+c)xy^2+(ab+bc+ca)x^2y+abcx^3$

CamScanner

මූල α, β නම්,

මූල එකතුව = $\alpha+\beta$

මූල ගුණිතය = $\alpha\beta$

සමීකරණය ;-

$$x^2 - (\text{මූල එකතුව})x + \text{මූල ගුණිතය} = 0$$

සමීකරණය $ax^2+bx+c=0$ නම් [මූල α, β]

$$\alpha+\beta = \frac{-b}{a} \qquad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

Note ;- * ප්‍රකාශන දෙකක් සමාන නම්, $ax^2+bx+c = lx^2+mx+n$
සංගුණක සමාන වේ. $a=l,\ b=m,\ c=n$

සමීකරණ දෙකක් සමාන නම්,
සංගුණකවල අනුපාතය සමාන වේ

$$ax^2+bx+c=0$$
$$lx^2+mx+n=0$$
$$\frac{a}{l} = \frac{b}{m} = \frac{c}{n}$$

බහුපද සමීකරණවල මූල හා සංගුණක අතර සම්බන්ධතා

(1) වර්ගජ සමීකරණ ;-

$$ax^2+bx+c=0 \quad (\alpha, \beta)$$
$$\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$$
$$\alpha\beta = +\frac{c}{a}$$

(2) ඝනජ සමීකරණ ;-

$$ax^3+bx^2+cx+d=0 \quad (\alpha, \beta, \gamma)$$
$$\alpha+\beta+\gamma = -\frac{b}{a}$$
$$\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma = +\frac{c}{a}$$
$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

මූලවල අන්තරය සෙවීමට භාවිතය

$$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$$

∴ $(\alpha-\beta)$ ඇසුවොත් $(\alpha-\beta)^2$ සොයලා $(\alpha-\beta)$ ගන්න.

ශ්‍රේණි ආශ්‍රිත ප්‍රශ්නවල

(1) සමාන්තර ශ්‍රේණි ;-
- අනුයාත පද දෙකක් අතර අන්තරය සමානයි.

$$a, b, c, \ldots$$
$$b-a = c-b$$
$$2b = c+a$$
$$b = \frac{c+a}{2}$$

(2) ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි ;-
- අනුයාත පද දෙකක් අතර අනුපාතය සමානයි

$$a, b, c, \ldots$$
$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$
$$b^2 = ac$$
$$b = \sqrt{ac}$$

* සමීකරණයක මූල මගින් එම සමීකරණය තෘප්ත කරයි.

(1) $x^2-6x+5=0$
සමීකරණයේ 1 මූලයක් බව පෙන්වන්න

$x=1$
$1-6+5=0$
∴ 1 තෘප්ත කරයි.

මූලවල (α, β) ඝාත යෙදී ඇති ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීම

$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$ ලෙස සැකසිය නොහැකි විට ඉහත සමීකරණයේ මූල මගින් එම සමීකරණය තෘප්ත කරයි යන්න භාවිතා වේ.

උදා ;- $x^2+bx+c=0$ මූල α, β නම්

$$(\alpha^{2005}+\beta^{2005}) + b(\alpha^{2004}+\beta^{2004}) + c(\alpha^{2023}+\beta^{2003}) = 0$$ බව පෙන්වන්න.

$x=\alpha$

$$\alpha^2+b\alpha+c=0 \quad \times\alpha^{2003}$$
$$\alpha^{2005}+b\alpha^{2004}+c\alpha^{2003}=0$$

මෙලෙසම β,

$$\beta^{2005}+b\beta^{2004}+c\alpha^{2003}=0$$

$$(\alpha^{2005}+\beta^{2005}) + b(\alpha^{2004}+\beta^{2004}) + c(\alpha^{2003}+\beta^{2003}) = 0 \ //$$

$S_n = \alpha^n+\beta^n$ වේ.

(1) $5S_3+4S_2$
$= 5(\alpha^3+\beta^3) + 4(\alpha^2+\beta^2)$

පොදු මූලය ආශ්‍රිත ගැටළු

① පොදු මූලය සෙවීම
② පරාමිතියක් ඔප්පු කිරීම
③ පුනරාවර්ත මූල 2, මූලවන සමීකරණය සෙවීම ආශ්‍රිත ගැටළු

සටහන්:

* පොදු මූලය = α ලෙස ගෙන සමීකරණ දෙක ආදේශ කිරීමෙන් ($x = \alpha/\beta$) කිරීමෙන්, α, α^2 ඇතුළු සමීකරණ 2ක් ලබා ගනිමු.
* සමගාමී සමීකරණ ආකාරයට α^2 ඉවත් කළ විට α සඳහා විසඳුම ලැබේ.
* α වල සොයාගත් අගය α, α^2 ඇතුළු සමීකරණයේ ආදේශ කර සුළු කළ විට ඔප්පු කළ යුතු සම්බන්ධය ලබා ගත හැක.
* පුනරාවර්ත මූල දෙක මූලවන සමීකරණය ආකාරයෙන්, ① හි මූල α, β ලෙසද ② හි මූල α, γ ලෙසද ගෙන මූල එකතුව හා මූල ගුණිතය ලියා α වල සොයාගත් අගය ඒවායේ ආදේශ කර β හා γ සොයා එමගින් පුනරාවර්ත මූල දෙක මූලවන සමීකරණය ගොඩනගමු.

වර්ගජ සමීකරණයක මූල ධන/ඍණ වීමට අවශ්‍යතාවය.

① මූල දෙකම ධනවීමට:
 ① මූල $\Delta \geq 0$ තාත්වික
 ② $\alpha+\beta > 0$
 ③ $\alpha\beta > 0$

② මූල දෙකම ඍණවීමට:
 ① මූල $\Delta \geq 0$ තාත්වික
 ② $\alpha+\beta < 0$
 ③ $\alpha\beta > 0$

③ එක මූලයක් ධන අනෙක් මූලය ඍණ වීමට:
 ① මූල $\Delta \geq 0$ තාත්වික
 ② $\alpha\beta < 0$ වීම.

2. $x^2 - 2(\lambda+1)x + (\lambda-3)^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල දෙකම ධනවීමට λ වල අගය පරාසය සොයන්න.

$x^2 - 2(\lambda+1)x + (\lambda-3)^2 = 0$ — α, β

මූල ධනවීමට
① $\Delta \geq 0$
② $\alpha+\beta > 0$
③ $\alpha\beta > 0$

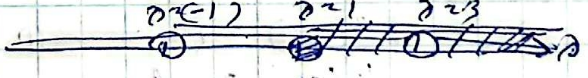
① $4(\lambda+1)^2 - 4(\lambda-3)^2 \geq 0$
$4(\lambda^2+2\lambda+1) - 4\lambda^2 + 12\lambda \geq 0$
$4\lambda^2 + 8\lambda + 4 - 4\lambda + 12 \geq 0$
$4\lambda^2 + 4\lambda + 8 \geq 0$
$\lambda^2 + \lambda + 2 \geq 0$
$(\lambda + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 2 \geq 0$

① $\Delta \geq 0$
$b^2 - 4ac \geq 0$
$4(\lambda+1)^2 - 4(\lambda-3)^2 \geq 0$
$\lambda^2 + 2\lambda + 1 - \lambda^2 + 6\lambda - 9 \geq 0$
$8\lambda - 8 \geq 0$
$8(\lambda - 1) \geq 0$
$(\lambda - 1) \geq 0$
$\lambda \geq 1$ — (I)

② $\alpha+\beta > 0$
$2(\lambda+1) > 0$
$\lambda > -1$ — (II)

③ $\alpha\beta > 0$
$(\lambda-3)^2 > 0$ — (III)
* සියලුම අගයන් ($\lambda \neq 3$) හැර λ වල ඇතුළත් $\lambda > 0$ වේ

(I), (II), (III)



$1 \leq \lambda < 3$ හා $3 < \lambda < +\infty$

සටහන්:

මෙහිදී සැලකිය යුත්තේ
$9 > 0$ වැනි පරාසයක් ආවොත්
$9 > 0$ නිසා එම කොන්දේසිය සම්පූර්ණ වීම සඳහා λ හි සියලුම අගයන් ගත හැක. කොහොමත් මූල දෙකම ධනවීමට $\alpha\beta > 0$ වීම වැදගත් වේ.

වර්ගජ සූත්‍රය

ax^2+bx+c නම්,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

මූල අතර අනුපාතයන් හෝ ගුණිතයන් සම්බන්ධ ගැටලු

මූලයක් 'r' වලින් , අනෙක් මූලය ලියා ගෙන ප්‍රශ්නය විසඳන්න.

උදා: $ax^2+bx+c=0$ හි මූල $3:4$ නම්, $12b^2=49ac$ බව පෙන්වන්න.

$ax^2+bx+c \begin{cases} 3\alpha \\ 4\alpha \end{cases}$

$3\alpha+4\alpha = -\frac{b}{a}$

$7\alpha = -\frac{b}{a}$

$\alpha^2 = \frac{b^2}{a^2 49}$

$12\alpha^2 = \frac{c}{a}$

$\frac{12 \times b^2}{a^2 49} = \frac{c}{a}$

$12b^2 = 49ac$

උදා: $x^2+px+q=0$ හා $x^2+lx+m=0$ යන සමීකරණවල මූල අනුපාත සමාන නම්, $p^2m=l^2q$ බව පෙන්වන්න.

$x^2+px+q=0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$

$x^2+lx+m=0 \begin{cases} k\alpha \\ k\beta \end{cases}$

$\alpha+\beta = -p$ | $k(\alpha+\beta) = -l$

$\alpha\beta = q$ | $k^2\alpha\beta = m$

$k^2(q) = m$ — ①

$k(-p) = -l$

$kp = l$ — ②

$\frac{②^2}{①}$ $\frac{k^2p^2}{k^2q} = \frac{l^2}{m}$

$p^2m = l^2q$

එක සමීකරණයක මූල ඇසුරෙන් වෙනත් මූල සහිත සමීකරණ ගොඩනැගීම (√α, √β වගේ මූල සහිත සමීකරණ ගොඩනැගීම)

උදා: $x^2+5x+k=0$ සමීකරණයේ මූල α, β නම් $(3\alpha-1), (3\beta-1)$ මූල වන සමීකරණය ගොඩනගන්න.

$x^2+5x+k=0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$

$x=\alpha, x=\beta$

$(3\alpha-1), (3\beta-1)$ මූල වන සමීකරණය

$y=3\alpha-1$, $y=3\beta-1$

$y=3x-1$

$x=\frac{y+1}{3}$

$x^2+5x+k=0$

$\frac{(y+1)^2}{9}+5\frac{(y+1)}{3}+k=0$

$(y+1)^2+15(y+1)+9k=0$

$y^2+17y+(16+9k)=0$

$y \to x$

$x^2+17x+16+9k=0$

Note:-

* අසමානතාවයක දෙපසම ධන නම්, වර්ග කළ හැක

$|x| > 5$

$x^2 > 5^2$

$x^2 > 25$

* දුන්නාගේ මෙලෙස හෝ වර්ගජ ශ්‍රිතයක මාපාංකයක් ඇත්නම්, වර්ගජ සම්බන්ධ කරගන්න

$|a| < 4$ නම් ??

$a^2 < 4^2$

$a^2 < 16$ බව ??.

* අසමානතාවයක වර්ගජ ශ්‍රිතය. (පූර්ණ වර්ග සම්බන්ධ කළ හැකි නම්)

$(\ \ )^2 \geq 0$

තාත්වික සමීකරණ -

$\Delta \geq 0$

(2018 A/L), (2021 A/L)

2. ප්‍ර α, β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල වේ. $(c \neq 0)$

i) α^3, β^3 මූලවන සමීකරණය සොයන්න.

ii) එනයින් $\left(\frac{\alpha^3}{\beta^3}+1\right)$ හා $\left(\frac{\beta^3}{\alpha^3}+1\right)$ මූලවන සමීකරණය අපෝහනය කරන්න.

$$x^2+bx+c=0 \quad \alpha, \beta$$

$$\alpha+\beta=-b, \quad \alpha\beta=c$$

$$\text{මූ එ} \Rightarrow \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta]$$
$$= -b[b^2-3c]$$
$$= (3bc-b^3)$$

$$\text{මූ ගු} \Rightarrow \alpha^3\beta^3=c^3$$

$$x^2-(\text{මූ එ})x+(\text{මූ ගු})=0$$
$$x^2-(3bc-b^3)x+c^3=0$$

$$x^2+(b^3-3bc)x+c^3=0 \quad \alpha^3, \beta^3 \quad — (a)$$

$\left(\frac{\alpha^3}{\beta^3}+1\right), \left(\frac{\beta^3}{\alpha^3}+1\right)$ මූලවන සමීකරණ

$$y=\frac{\alpha^3}{\beta^3}+1 \qquad y=\frac{\beta^3}{\alpha^3}+1$$

$\frac{\alpha^3}{\beta^3}+1=y$ ලෙස ගනිමු.

$$\frac{\alpha^3+\beta^3}{\beta^3}=y$$

$$\frac{-(b^3-3bc)}{\beta^3}=y$$

$$\frac{-(b^3-3bc)}{x}=y$$

$$x=\frac{-(b^3-3bc)}{y}$$

මෙම ආදේශය

$$\frac{(b^3-3bc)^2}{y}-(b^3-3bc)\frac{(b^3-3bc)}{y}+c^3=0$$

$$c^3x^2-(b^3-3bc)^2x+(b^3-3bc)^2=0$$

3. ප්‍ර $ax^2+2bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණය දී ඇත.

$y=x+\frac{1}{x}$ ආදේශය භාවිතයෙන් $acy^2+2b(c+a)y+(a-c)^2+4b^2=0$ බව පෙන්වන්න.

$$ax^2+2bx+c=0$$

$$y=x+\frac{1}{x}$$

$$yx=x^2+1$$
$$x^2=(yx+1)$$

$$a(yx+1)+2bx+c=0$$
$$x(ay+2b)=-(a+c)$$
$$x=\frac{-(a+c)}{(ay+2b)}$$

$y=x+\frac{1}{x}$ ↓ x^2 ආදේශය ↓ $ax^2+2bx+c=0$ ↓ x ආදේශය ↓ $ax^2+2bx+c=0$ ↓ සමීකරණ

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\frac{a(a+c)^2}{(ay+2b)^2}-\frac{2b(a+c)}{(ay+2b)}+c=0$$

$$a(a+c)^2-2b(a+c)(ay+2b)+c(ay+2b)^2=0$$
$$a(a^2-2ac+c^2)-2b(a^2y+2ab-acy-2cb)$$
$$+c(a^2y^2+4ayb+4b^2)=0$$

↓

$$acy^2+2b(c+a)y+(a-c)^2-4b^2=0$$

CamScanner

$$(a-b)^2x^2 + 2(a+b-2c)x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 4(a+b-2c)^2 - 4(a-b)^2$$

$$= 4[a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab - 4ac - 4cb - a^2 + 2ab - b^2]$$

$$= 4[4c^2 + 4ab - 4ac - 4cb]$$

$$= 16[c^2 + ab - ac - cb]$$

$$= 16[a(b-c) + c(c-b)]$$

$$\Delta = 16[(a-c)(b-c)]$$

* c හි අගය a හා b අතර පිහිටයි

$a < c < b$

$$\Delta = 16[(a-c)(b-c)]$$

- $16 > 0$, $(a-c) < 0$, $(b-c) > 0$
- $(a-c)(b-c) < 0$
- $16[(a-c)(b-c)] < 0$

$\therefore \Delta < 0$

* සමීකරණයේ මූල අතාත්වික වේ
c හි අගය a හා b අතර පිහිටීම නිසා

* c හි අගය a හා b අතර නොපිහිටයි

(i) $c < a < b$

$$\Delta = 16[(a-c)(b-c)]$$

- $16 > 0$, $(a-c) > 0$, $(b-c) > 0$
- $16[(a-c)(b-c)] > 0$

$\Delta > 0$

(ii) $a < b < c$

$$\Delta = 16[(a-c)(b-c)]$$

- $16 > 0$, $(a-c) < 0$, $(b-c) < 0$
- $(a-c)(b-c) > 0$
- $16[(a-c)(b-c)] > 0$

$\Delta > 0$

$\therefore \Delta > 0$

* සමීකරණයේ මූල තාත්වික වේ
c හි අගය a හා b අතර නොපිහිටන නිසා.

විවේචකය $\Delta \geq 0$ නම් මූල

තාත්වික බව පෙන්වීම

$$ax^2+bx+c=0 \quad \alpha, \beta$$

a, b, c තාත්වික සංඛ්‍යා නම්

(i) $b^2-4ac \geq 0$ වන විට මූල තාත්වික වෙනවා.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

තාත්වික වීමට $b^2-4ac \geq 0$ විය යුතුයි $b^2-4ac < 0$ වුවොත් එය අතාත්වික වේ, $\sqrt{(-)}$

OR

$$ax^2+bx+c=0 \quad \alpha, \beta$$

$$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} \qquad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= \frac{b^2}{a^2} - 4\frac{c}{a}\frac{\times a}{\times a}$$

$$(\alpha-\beta) = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{a}$$

$b^2-4ac \geq 0$ නම් මූල දෙක තාත්වික වේ

CamScanner

පරිමේය ශ්‍රිතයක අගය පරාසය සොයමු

1. $\frac{x^2+2x+7}{2x+3}$ හි මූල තාත්වික නම් ගත නොහැකි අගය පරාසය සොයන්න

$$\frac{x^2+2x+7}{2x+3} = E$$

$$x^2+2x+7 = 2Ex+3E$$

$$(x^2) + (2-2E)x + (7-3E) = 0$$

$$\Delta \geq 0$$

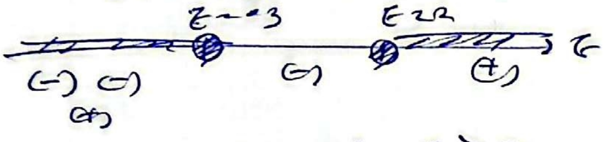
$$(2-2E)^2 - 4(7-3E) \geq 0$$

$$4 - 8E + 4E^2 - 28 + 12E \geq 0$$

$$4E^2 + 4E - 24 \geq 0 \qquad -6$$

$$E^2 + E - 6 \geq 0 \qquad +3\ -2$$

$$(E+3)(E-2) \geq 0$$



$E \leq -3$ හෝ $E \geq 2$

$\frac{x^2+2x+7}{2x+3} \leq -3$ හෝ $\frac{x^2+2x+7}{2x+3} \geq 2$

විචල්‍ය දෙකක් අඩංගු ශ්‍රිතයක පරාසය සොයමු (x, y)

2. $2x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 8y + 15 = 0$ මූල තාත්වික වේ. එන් එන් නිර්ණය කර ගත නොහැකි අගයන් සොයන්න y, 1 හා 3 අතර නොපවතින බව හා x, $(1-\frac{1}{\sqrt{2}})$ හා $(1+\frac{1}{\sqrt{2}})$ අතර නොපවතින බව පෙන්වන්න

x තාත්වික වීමට,

$$2x^2 + (4y-12)x + (y^2+8y+15) = 0$$

$$\Delta_x \geq 0$$

$$(4y-12)^2 - 4\times2\times(y^2-8y+15) \geq 0$$

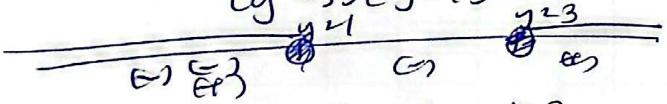
~~$16y^2$~~

$$(y-3)^2 - 2(y^2-8y+15) \geq 0$$

$$y^2 - 6y + 9 - 2y^2 + 16y - 30 \geq 0 \qquad +21$$

$$-y^2 + 10y - 21 \geq 0 \qquad +7\ +3$$

$$(y-3)(y-1) \geq 0$$



$y \leq 1$ හෝ $y \geq 3$

∴ y, (1) හා (3) අතර නොපවතී

y තාත්වික වීමට

$$y^2 + (4x-8)y + (2x^2-12x+15) \geq 0$$

$$\Delta_y \geq 0$$

$$(x-1-\tfrac{1}{\sqrt{2}})(x-1+\tfrac{1}{\sqrt{2}}) \geq 0$$

∴ x, $(1-\frac{1}{\sqrt{2}})$ හා $(1+\frac{1}{\sqrt{2}})$ අතර නොපවතී.

F/band 22
D/N

විචල්‍යයන් දෙකක් සහිත ප්‍රකාශන රේඛීය සාධකවලට වෙන් කිරීම

ඒක විචල්‍යයේ සාධාරණ රූප

මාත්‍රය	සාධාරණ රූපය
0	A
1	$Ax+B$
3	Ax^3+Bx^2+Cx+D

විචල්‍යයන් 2ක් සාධාරණ රූප

මාත්‍රය	සාධාරණ රූපය
0	A
1	$Ax+By+C$
2	$Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F$

පහත විචල්‍යයන් 2ක් සහිත ප්‍රකාශන රේඛීය සාධක දෙකකට වෙන් කරන්න

① $x^2+5xy+6y^2+5x+14y+4$

1 ක්‍රමය

$x^2+5xy+6y^2+5x+14y+4$

$= (Ax+By+C)(Dx+Ey+F)$

සංගුණක සමාන කර

$x^2 \rightarrow$ $\quad$ $y^1 \rightarrow$

$y^2 \rightarrow$ $\quad$ $x^1 \rightarrow$

$xy \rightarrow$ $\quad$ නියත $\rightarrow$

* A, B, C, D, E, F සොයා ගන්න.

2 ක්‍රමය

① x^2, xy, y^2 පද ඇති කොටස y පද නොමැති සේ සලකා සාධක වෙන් කරගන්න.

② ඉන්පසු y පද යොදා එම පදවලට නියත යොදා ප්‍රකාශන දෙක සමාන කරන්න.

③ අවශ්‍ය පදවල සංගුණක සමාන කිරීමෙන් නියත සොයන්න.

② $x^2-xy-2y^2+4x+y+3$

$x^2-xy-2y^2$

$(x-2)(x+1)$

$(x-2y)(x+1y)$

$= (x-2y+A)(x+y+B)$

(සංගුණක සමාන කිරීමෙන්)

$x / \; 4 = A+B$

$y / \; 1 = -2B+A$

$B = 1$

$A = 3$

$= (x-2y+3)(x+y+1)$

බහුපද සමීකරණ

① $ax^2+bx+c=0$ — roots α, β

-1: $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$

$+2$: $\alpha\beta = +\frac{c}{a}$

② $ax^3+bx^2+cx+d=0$ — roots α, β, γ

-1: $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$

$+2$: $\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma = +\frac{c}{a}$

-3: $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

③ $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ — roots $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

-1: $\alpha+\beta+\gamma+\delta = -\frac{b}{a}$

$+2$: $\alpha\beta+\alpha\gamma+\alpha\delta+\beta\gamma+\beta\delta+\gamma\delta = +\frac{c}{a}$

-3: $\alpha\gamma\delta+\alpha\beta\gamma+\alpha\beta\delta+\beta\gamma\delta = -\frac{d}{a}$

$+4$: $\alpha\beta\gamma\delta = +\frac{e}{a}$

* (−) [illegible]
* [illegible] a
* [illegible] a [illegible] b, c, d [illegible].

මූල

① තාත්වික හා අසමාන ; $\Delta > 0$

තාත්වික සමාන ; $\Delta = 0$

අතාත්වික ; $\Delta < 0$

තාත්වික ; $\Delta \geq 0$

මූල 2 ම (+)

$\Delta \geq 0$
$\alpha + \beta > 0$
$\alpha\beta > 0$

මූල 2 ම (−)

$\Delta \geq 0$
$\alpha + \beta < 0$
$\alpha\beta > 0$

එක මූලයක් (+) අනෙක් මූලය (−)

$\Delta \geq 0$
$\alpha + \beta < 0$

මූල 2 ම එකම ලකුණින් යුක්තව

$\Delta \geq 0$
$\alpha\beta > 0$

Note:
* අනුපාත දෙකක් සමානවනවිට දී ලවයට හරය එකතු කිරීමෙන් වෙනස් නොවේ

① $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ නම්

$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

② $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ නම්

$\frac{a-b}{b+a} = \frac{c-d}{d+c}$ වේ

සමීකරණ සෑදීම

$ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල α, β

$(x-\alpha)(x-\beta) = 0$ ← මූල α β වන සමීකරණය

$x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

සමීකරණ සමාන බැවින් සංගුණක අනුව

අනුපාතය සමාන කිරීමෙන්

$\frac{a}{1} = \frac{b}{-(\alpha+\beta)} = \frac{c}{\alpha\beta}$

සමීකරණ 2ක් සමාන විට, එනම්

මූලයන් සංගුණක සමානයි

සමීකරණ 2 සමාන වූ විට

2. උදා: $ax^2 + bx + c = 0$ (මූල α, β)

$ax^2 + px + q = 0$ (මූල α, β)

$ax^2 + bx + c = ax^2 + px + q$

නිසා

$b = p$, $c = q$

CamScanner